Fragmentum

Anicii Manlii Torquati Severini Boethii

de arithmetica

et

Epigramma Gerberti.

Edidit

Carolus Fredericus Weber
Gymnasii Cassellani Rector.

Cassellis MDCCCXLVIII.
Impensis Theodori Fischeri.

Fragmentum

Anicii Manlii Torquati Severini Boethii

de arithmetica.

Quum animadvertissem ea, quae ad studium arithmeticae apud Romanos veteres pertinent, nondum esse in unum collecta neque in promtu ad aestimandum, operae pretium esse duxi, quantum in me situm est, ea dispersa et dissipata conquirere conquisitaque ita digerere, ut non modo fundamenta quasi doctrinae arithmeticae, apud Latinos posita, cum incrementis ejusdem disciplinae, nostra aetate nimis quantum adauctis, comparentur, sed etiam ut rectius, quam vulgo fieri solet, de Romanis eorumque scientia arithmetica judicari possit. Elegi vero fragmentum Boethii de arithmetica, quod inter lacinias codicum gymnasii nostri exstat, quum verba Boethii corrupta ex codice hoc trunco restitui possint et Boethius is sit, qui in arte arithmetica apud Romanos optime versatus, fines ejus amplissime promoverit.

Atque multi persuasum habent, Romanos in disciplina numerorum, parvi aestimata, [1]) parum nihilve profecisse, quod vel signa numerorum [2]) apud eos probent, quippe quae incommoda et inhabilia [3]) difficilioribus computandi rationibus

---

1) Cicero Epist. ad Attic. XIV, 12 fin. *Vestorium hominem remotum a dialecticis, in arithmeticis satis exercitatum* carpit. Quibuscum cf. Cic. Tuscul. I, 2 de geometria: *In summa apud Graecos honore geometria fuit; at nos metiendi ratiocinandique utilitate hujus artis terminavimus modum.* Mathematicos contra i. geometras apud viros eruditos Romae in honore fuisse complures ostendunt Ciceronis loci (cf. de Orat. I, 3, 10) et Ulpianus l. 1. Dig. L, 13, qui geometras in praeceptoribus studiorum liberalium recenset. — 2) De figuris numerorum, quorum inventores Dactyli i. digiti esse dicuntur, Etrusci autem revera fuisse videntur, superest libellus Prisciani; cf. et Auctor. lat. ed. Gothofr. p. 1477 sqq. Eorum originem ex lineis geometrice compositis bene deducit Grotefend Grammat. Lat. II. §. 149. — 3) Plin. H. N. XXXIII, 10 pr. *Non erat apud antiquos numerus ultra centum millia, itaque et hodie multiplicantur haec, ut decies centena millia* etc. Numeros fractos contra, quos dicunt unciarios, a Romanis melius faciliusque quam a Graecis esse nominatos nemo infitiabitur; cf. Grotefend Gramm. Lat. II. §. 227 sq. et Seyfert Gramm. Lat. §. 2503 sqq.

impedimento sint. Neque sane negari potest, Romanos, quorum mentes a philosophando alieniores natura finxerat, non tam literis contemplativis canonicisque, quam artibus ad vitam aptis operam dedisse atque pro ingeniis suis arithmeticen, in rebus vitae communis plerumque adhibitam, usu potius didicisse, quam ratione duce naturam indolemque numerorum inquisivisse; nihilominus disciplinam arithmeticae canonicam et praecepta arithmetica apud Romanos extitisse et per se verisimile est, et compluribus argumentis confirmatur. In scholis enim discipulos arithmeticae studuisse nonnulli docent loci [4]) et poetarum et scriptorum veterum; Vitruvius [5]) vero arithmeticen inter disciplinas, quas architectum scire oporteat, laudatam commendat, quippe quae sumptus aedificiorum consummet atque mensurarum rationes explicet, et

---

4) Horatio auctore A. P. 325 (nam ut locum Sat. I, 6, 74 addam, C. F. Hermanni explicatio ingeniosa non amplius permittit) *Romani pueri longis rationibus assem discebant in partes centum diducere,* et Julio Capitolino teste (Pertin. c. 1) *Pertinax puer in villa Martis literis elementariis et calculo imbutus est;* cf. et Martial. X, 62, 3. Qui arithmeticam in scholis docebant, vel *calculatores* propter calculos i. rationes (Isidor. Orig. X, 43) post Augusti tempora appellabantur, cf. Martial. l. l., (ubi calculator cum notario veloci, i. qui per notas scribere docet, ludi magistrum adjuvisse dicitur) vel *calculones,* cf. Sext. Rufi Breviar. c. 1. (ubi alii tamen *calculatores* habent) et Augustin. de ord. II, 12, (ubi *librariorum et calculonum professio velut quaedam grammaticae infantia, quam Varro literationem vocet,* dicitur) unde et aliis in locis *librarii* i. scribae vel scribendi doctores (l. 6 Dig. L, 6) cum *calculatoribus* conjuncti apparent, (cf. l. 15 Dig. XXVII, 1 et Isidor. Orig. I, 3, 1) vel etiam *numerorum arenarii,* cf. Tertullian. de pallio c. 6. *Calculatores,* qui pueros erudiebant, ab initio servi fuerunt, postea liberti, (cf. Ulpian. l. 7 Dig. XXXVIII, 1) quibus, ut ludi literarii magistris, jus de mercede in cognitionibus extraordinariis dictum est, (Ulpian. l. 1 §. 6 Dig. L, 13) nulla autem fuit immunitas munerum civilium ex Imperatorum constitutionibus, (cf. l. 4 Cod. X, 53 (52) et Modestin. l. 15 §. 5 Dig. XXVII, 1) denique cives liberi, qualis fuisse videtur *P. Caecilius Epaphroditus* (al. *Empirodius) sevir Augustalis calculator,* commemoratus apud Gruter. Inscript. p. 876 nr. 7. Mercedem eorum Edictum Lapidis Stratonicensis, quod Diocletiani esse Aloys. Cardinali opinatur, in Actis societ. archaeol. Romanae T. II p. 696 constituit: *calculatori in singulis pueris menstruos* ✕ (denarios) *septuaginta quinquagint* (an *quinque?* i. 16²/₃ thaleros); *notario in singulis pueris menstruos septuaginta quinque; librario sive antiquario in singulis discipulis quinquaginta; grammatico graeco sive latino et geometrae in singulis discipulis menstruos ducentos.* Rationem vero supputandi, qua calculatores in erudiendis pueris utebantur, Horatius indicat A. P. 325 sqq., Sext. Rufus l. l., ubi mos calculatorum *ingentes summas aere breviori exprimentium* commemoratur, et Augustin. de confessione I, 13, qui *literas latinas, quas primi magistri docerent, — ubi legere et scribere et numerare disceretur, onerosas poenalesque se habuisse* dicit. A calculatoribus differunt *ratiocinatores,* qui rationes pecuniarias hominum privatorum conficiebant, qualem Cicero (Epist. ad Att. I, 12) habebat Hilarum libertum, hominem nequam, vel *tabularii,* qui reditus bonorum privatorum in tabulis accepti et expensi computabant, (cf. Senecae Epist. LXXXVIII) et *rationales,* qui fisci inprimis atque Caesarum rationibus praeerant, (cf. Commodi epistola apud Jul. Capitolin. Albin. c. 2 et Notit. Dignit. Occid. p. 52 sq.) vel *procuratores* (cf. Lamprid. Alex. Sever. 45 et Notit. Dignit. Occid. p. 53); alii erant *rationales Summarum* in Provinciis (cf. Notit. Dignit. Occid. p. 47), alius *rationalis vinorum* sub praefecto Romae (cf. Notit. Dignit. Occid. p. 16). *Numerarii* denique appellabantur vel qui in universum computando operam dabant, (Augustin. de libero arbit. II, 11, ubi et *numeratores* dicuntur) vel qui officinales municipalesve (saepissime in Notitia Dignit. Occident. p. 11. 14. 16. 32. 37 etc. commemorati) rationibus publicis inprimis rei militaris praeerant, quales fuerunt Jacobus et Caesius sub Juliano, (cf. Ammian. Marc. XIX, 9, 2) et quales describuntur a Vegetio, (de re milit. II, 19) dicti vel *quia publicum nummum aerariis inferebant* (Isidor. Orig. IX, 4, 19), vel potius, ut ait Ammian. Marc. XXVI, 1, 6, quia *rationes militarium numerorum* i. ordinum *tractabant.* Iidem *Numerarii* nominantur *rationarii* (Ammian. Marc. XV, 5, 36, ubi cf. Valesium) et *tabularii,* quales laudat Notit. Dignit. Occid. p. 124. 126. 128, quod nomen jussu Valentiniani et Valentis inde ex anno CCCLXV iis inditum esse l. 2 Cod. Justiniani XII, 50 (49) nos docet. De Numerariis cf. Cod. Theodos. VIII, 1 cum notis Gothofredi T. II p. 469 sq. p. 475 sq. et p. 478 sq. — 5) de Archit. I, 14.

Seneca [6]) eam inter liberalia studia una cum grammatica, geometria, historia, aliis nominat. Tum computandi ratio, quacunque sive digitorum [7]) sive abaci [8]) ope, secundum leges instituta, in numeris denariis quinariisve Romani utebantur, ad artem quandam redigeretur, ut res ipsa docet, necesse fuit. Porro etsi concedi potest, arithmeticen apud Romanos in scholis non excolendi ingenii causa [9]), ut apud nos, factitatam fuisse, sed ad usum vitae potissimum communis pertinuisse, tamen non tantum in agris metiendis effecissent, quantum ex scriptoribus gromaticis, Julio Frontino, Hygino, aliis apparet, multo minus in computandis rationibus astronomicis [10]) tanta praestitissent, quanta inde a C. Julio Caesare ad Censorinum usque facta esse constat, nisi arithmetica in artem versa et a compluribus viris eruditis exercita fuisset. Denique innotuerunt scriptores latini, quorum et nomina illustria, et libri, qui supersunt, arithmeticen a Graecis quidem, ut multa, ad Romanos pervenisse, sed ab his non solum usu, verum etiam arte amplificatam excultamque esse testantur atque ostendunt.

Primo loco nominandus est *M. Terentius Varro* (116—28 a. Ch.). Is, Romanorum doctissimus, inter alia, quae scripsit, et librum de *arithmetica* composuit, qui una cum aliis de *geometria* [11]), de *architectura* [12]) etc. ad libros Varronianos *de novem disciplinis* [13]) pertinebat, quintum [14]) inter eos obtinens locum. Intercidit vero *liber de arithmetica*, quem ex bibliotheca Rudolphi

---

6) Epist. 88. — 7) Primus, qui computandi per digitos rationem commemorat, est Plautus Mil. gl. II, 2, 49; cf. de ea Taubmannum l. l., Oudendorp. ad Apuleium T. II p. 579 et T. III p. 500 et J. G. Schneider. ad Eclog. Phys. T. II p. 316 sqq. Exstat ea de re Nicolai Smyrnaei libellus *περὶ δακτυλικοῦ μέτρου*, Bedae Venerabilis, qui Nicolai libello usus est, tractatus de computo vel loquela per gestum digitorum (in Auctor. latin. ed. Gothofr. p. 1545 sqq.) et Hrabani Mauri dissertatio. — 8) Cf. de ea, cujus imaginem quandam Boethius de arith. I 26 exhibet, C. A. Böttigeri Opusc. german. T. III p. 9 et Forcellini Lexicon ed. nov. s. v. *abacus*. — 9) Geometriae vero Romanos nonnullos (sed consulares, cf. Martian. VI §. 578) operam dedisse, ut mentem excolerent, colligi potest ex compluribus Ciceronis locis (Acad. IV, 37, de Offic. III, 7, Tusc. V, 7), quibus Cicero se geometrarum rationem docendi cognitam habuisse ostendit; tum Sextus Pompejus Strabo, teste Cicer. Brut. 47, *praestantissimum ingenium contulerat — ad perfectam geometriae — scientiam* et M. Terentius Varro de *geometria* scripsit. — 10) C. Sulpicius Gallus lunae defectionem anno CLXVIII a. Ch. praenuntiavit; cf. Liv. XLIV, 37 et Plin. H. N. II, 12. — 11) Cf. Cassiodor. de geometr. p. 577 et Pseudo-Boethium de geomet. p. 1537. Alius fuit liber, quem Priscian. VIII, 11, 62 et Pseudo-Boeth. p. 1542 laudant, *de mensuris* s. *mensuralibus*. Ritschel. in Commentar. de M. Terent. Varronis Disciplin. libris (Bonnae 1845) p. 12 nullum quidem discrimen inter utrumque Varronis librum statuere videtur; sed res ipsa et auctoritas testium id facere jubent. Etenim *Mensurarum* fragmenta de *agro quadrifario* et de *limitibus* non modo apud Servium ad Virg. G. 1 init. et in Auctorib. rei agrar. ed. Goes. p. 215 latent, quibuscum cf. Isidor. Orig. XV, 13, 6 et 14, 2. 4, ut Ritschel. p. 41 monet; (adde Auctor. rei agrar. p. 292 et 293 et cf. Isidor. XV, 13, 1—15, inprimis *de agro arcifinio* Jul. Frontin. p. 38) sed etiam aperte leguntur inter excerpta Auctor. rei agrar. de *mensuris agrorum* p. 294 sq. et p. 321, ubi agitur de *actu minimo* et *climate*, quae cf. cum Columell. V, 1 et Isidor. XV, 15, 4, de *actu quadrato* et *jugero*, quibuscum cf. Varro de L. L. IV (V) 10, de R. R. I, 10, Columell. l. l. et Isidor. XV, 15, 5, de *agro stadiali*, quae cf. cum Columell. l. l. et Isidor. XV, 15, 6, et de *centuria*, quibuscum cf. Varro de L. L. IV (V) 10, de R. R. I, 10, Auctor. rei agrar. p. 292, Columell. l. l. et Isidor XV, 15, 7. Vide et Auctor. rei agrar. p. 292 de *candeto*, quibus adde Columell. l. l. et Isidor. XV, 15, 6, qui eundem praeterea indicem de *mensuris agrorum* cap. 15 praefixit. De *mensuris* denique cf. Gerbertum in Geometr. 2 p. 13 sqq., qui fortasse nonnulla ex Cod. Agrimensorum Bobbiensi hausit. — 12) Cf. H. Vitruv. Poll. de Archit. VII Praef. §. 14. — 13) Vitruv. l. l., Cassiodor. de dialect. p. 515 et inde Isidor. Orig. II, 23, 1. — 14) Gell. N. A. X, 1, 6, ubi Stephan. male mutaverat *quarto;* cf. Non. Marcell. v. *quartum* p. 434 ed. Mercer. et Ritschel. l. l. p. 10 sq.

Cardinalis petitum, apud Laurentem Strozzium Cardinalem se oculis suis lustrasse [15]) Vertranius Maurus in libello de vita M. Terentii Varronis (Lugd. 1463, 8) dicit. Eundem librum cum agrimensoribus quibusdam e codice, ita abrosis characteribus scripto, ut vix legi posset, se brevi in publicum editurum esse Andr. Alciatus [16]) (+ 1550) promiserat; sed promissis non stetit, quia se in errorem incidisse, ut opinor, ex codice ipse postea intellexerat. Fragmenta vero libri Varroniani de *arithmetica* supersunt apud A. Gellium [17]), ubi discrimen inter *quartum* et *quarto praetorem fieri* statuitur, et apud Priscianum [18]), ubi numeri cum v. *assis* compositi recensentur. Quae quamquam ab arte arithmetica, qualis vulgo habetur, multum recedunt et ad rem grammaticam potius spectant, nihilominus arithmeticen a Varrone, homine ingenioso et erudito, ita fuisse tractatam, ut inter ceteras disciplinas locum suum rite obtinuerit, a verisimili non abhorret et ex Martiano Capella, qui easdem disciplinas libris IX complectitur, quodammodo colligere possumus [19]).

Praeterea alius Varronis liber de *numeris* a Censorino [20]) commemoratur, sed in loco corrupto, neque tuetur eum locus Augustini [21]), qui *libros numerorum* Varronianos obiter laudans, manifesto librum quintum arithmeticae respicit, neque locus Rufiniani [22]), ubi Varro sane inter eos, qui de *numeris*, sed de numeris orationis scripserunt, commemoratur.

---

15) G. Voss. de natur. art. III, 10, 5, unde sua habet Fabric. Bibl. Lat. I, 7 p. 125 ed. Ern. — 16) Dispunctt. III, 15. Tom. IV Opp. p. 189, quibuscum cf. quae Anson. Popma in Biblioth. Varron. p. 497 (ed. 1601) habere fertur, et ea quae leguntur in edit. M. Terent Varron. Bipont. p. 298. Attamen cum Ritschelio l. l. facile adducor, ut nihil tribuam iis Agrimensorum codicibus, qui inter alios titulum *M. Varronis de arithmetica* prae se ferunt, (cf. Blume de Mss. Agrimensorum in Mus. Rhenan. Jurisprud. T. VII p. 179 et 216) et quorum unus aperte in manibus erat Andr. Alciati, Varronem inde edituri. Neque enim hunc Varronis librum de arithmetica Agrimensoribus additum fuisse verisimile est, et Codex Agrimensorum Arcerianus, qui est primarius, pro illo indice habet hunc: *Incipit liber Marci Barronis de geometria ad rufum feliciter silbium;* cf. Blume l. l. p. 192. In antiquissimo enim, sed nunc deperdito Codice Agrimensorum addita fuisse videntur excerpta ex Varronis geometria vel, quod malim, ex mensuris ad rem gromaticam spectantia, ita ut primus fortasse index *(gromatica)* scripturae variae *geometria* et *arithmetica* ansam praeberet. Librum certe Varronianum de *mensuris* Pseudo-Boethius, qui ex parte Gerbertus esse fertur (Niebuhr Histor. Rom. T. II. p. 533 Ed. primae et Blume l. l. p. 235) et Arceriano Codice Agrimensorum integriore usus fuisse videtur (Blume l. l. p. 190 et 235), inter alia (p. 1537—1543) ex Agrimensoribus aperte excerpta p. 1542 commemorat; cf. supra not. 11. — 17) Cf. not. 14. Fortasse huc pertinent et verba Varronis apud Gell. III, 14, 1—5, in quibus quid *dimidium dimidiato* intersit, ostenditur; de tertio loco Gell. XVIII, 14, ubi vocabula numerorum *hemiolios* et *epitritos* explicantur, res admodum dubia est. — 18) De figur. numeror. 7, 31. — 19) Quod monuit primus C. F. Hermannus Praef. ad Martian. Capellam, ab Ulr. de Kopp explanatum, p. XX; cf. et Bergk. in Zeitschr. f. Alterth. 1843 p. 1126 sqq. Hinc et ordo IX librorum Varronis de disciplinis constitui potest, quod Ritschel. l. l. p. 21 fecit. — 20) De die nat. 2. *Hic forsitan quis quaerat, quid causae sit, ut merum fundendum Genio, non hostiam faciundam putaverit? quod scilicet, ut Varro testatur in eo libro, cui titulus est Atticus* (al. *Articulus) et est* (Ritschel. conjecit *intus) de numeris,* (Ed. Ald. *muneribus*, quod Ritschel. l. l. p. 12 probat) *id moris institutique maiores nostri tenuerunt, ut — manum a caede ac sanguine abstinerent.* Sed fortasse legendum *de moribus*, quem librum Varronianum laudat Macrob. Sat. III, 8, et cujus fragmenta superesse videntur apud eundem Macrob. III, 7 fin. et apud Servium ad Virgil. Aen. VII, 601. Liber logistoricus ab Attico, moris majorum summo imitatore, (Cornel. Att. 18) nomen traxit, neque semper nomina propria librorum logistoricorum adduntur; cf. Ritschel. Ind. schol. Bonnens. 1845/46 p. IV sq., qui pro *moribus* apud Macrobium vult *muneribus* (p. VI). — 21) De grammat. T. I p. 610 Operum. (p. 2008 Putsch.) — 22) De metr. com. p. 2720 Putsch. Claudian. Mamercus de statu anim. II, 8 p. 1064 Varronis *Arithmetica* cum *Musicis* et *Geometricis* laudat, sed vv. spuria esse videntur, in Maxima Bibl. veterum Patrum certe uncis inclusa sunt.

Post M. Terentium Varronem aliam arithmeticae cognoscendae viam Romanis praeivit *L. Apulejus* Madaurensis (160 p. Ch.). Is, philosophiae studio deditus, praeter alia et a Platone et ab Aristotele, ut circumferuntur, scripta, Nicomachi quoque Pythagorei, qui aequalis ei fuisse videtur, libros de arithmetica e graeco in latinum transtulit [23]). Hac interpretatione sive paraphrasi, quae nostram aetatem non tulit, effectum esse videtur, ut Romani, qui arithmeticam usu plerumque cognoverant et ad vitam communem usque adhibuerant, in numeros eorumque naturam etiam philosophando inquirerent. Invenimus certe post Apulejum complures, qui more philosophorum, inprimis Neoplatonicorum, de numeris disputent.

Quod si in *Aurelii Augustini* (354—420) principiis arithmeticae deperditis [24]) cognosci non potest, apud alios scriptores, qui supersunt, intelligitur. Etenim quum Plotini (205—270 p. Ch.) aliorumque, quos dicunt Neoplatonicos, doctrina, Pythagorae placitis partim constans, numerorum quoque naturam, quam nominant *θεολογουμένην*, praeeuntibus Nicomacho et Jamblicho [25]) (310 p. Ch.) amplexa esset, i. numeros rationibus abditis ad res divinas, naturales et morales applicasset, eaque philosophia mystica inter Romanos invenisset, quibus placeret, fieri non poterat, quin Romani quoque de numeris eorumque rationibus meditarentur. Hinc evenit, ut *Aurelius Theodosius Macrobius* (saeculo quinto ineunte) altius in naturam numerorum penetrans, de numeris plenis, paribus, imparibus, de monade, dyade et de reliquis ad denarium usque numeris in commentario in Somnium Scipionis [26]) dissereret. Quae quamquam sunt obiter tantum disputata et aliorum ex libris, ut videtur, repetita, ita ut non liqueat, quantum Macrobio debeamus, studium tamen arithmeticae tunc gravius subtiliusque esse institutum, neque ad solos vitae usus spectasse comprobant. Somnia sane sunt, ut ita dicam, mystica, quae de arcana numerorum indole, res divinas quasi per symbolum significante, secundum Pythagoreos exhibet, nihilominus animum ejus ad interiorem rei cognitionem se applicasse ostendunt.

Eadem numerorum arcana, sed fusius magisque ad artis formam redacta, tractat *Martianus Mineus Felix Capella* (470 p. Ch.), qui arithmeticam inter artes liberales libro septimo ita explicat, ut philosophi potius quam mathematici partes agens, de principiis numerorum eorumque natura interna, de numeris

---

23) Cassiodor. de arithmet. p. 572 et ex eo Isidor. Hispal. Orig. III, 2. Colvius in vita Apuleji libro titulum fuisse *de numeris* sine causa suspicatur. — 24) Augustinus in Retract. I, 6: *De aliis vero quinque disciplinis illic similiter inchoatis de — arithmetica — sola principia remanserunt, quae tamen etiam ipsa perdidimus, sed haberi ab aliquibus existimo.* Montucla (Histor. mathem. III, 1 p. 492) judicat de libro tanquam superstite: *On attribue à St. Augustin, quoique assez légèrement, des principes de géométrie et d'arithmétique, mais c'est plutôt une nomenclature qu'un traité instructif.* Quibus verbis geometriae tantum principia attingere videtur. — 25) Uterque scripsisse fertur *τὰ θεολογούμενα τῆς ἀριθμητικῆς*; cf. Fabric. B. Gr. T. V p. 639 et 768 ed. Harl. Fragmenta Nicomachi supersunt in Theologumenis arithmeticae ab Astio editis p. 32 et 42. — 26) I, 5. 6. II, 2.

paribus et imparibus, perfectis et imperfectis, planis et solidis, compositis et incompositis et de aliis numerorum generibus speciebusque, Nicomachi potissimum exemplum secutus, summatim neque tamen inornate exponat.

Jam disciplina arithmetica hac tractandi ratione apud Romanos incrementa ceperat, neque tamen ad summum evecta erat fastigium, id quod per *Anicium Manlium Torquatum Severinum Boethium* factum est. Is enim (natus c. 470 et interfectus 524), literarum amantissimus et inprimis Graeca eruditione imbutus, quum intellexisset arithmeticae neque ambitum finibus suis satis circumscriptum, neque interiorem de numeris disserendi rationem bene et, ut artem deceat, compositam excultamque esse, ad Graecos, optimos doctrinae arithmeticae auctores, revertitur. Quos inter *Nicomachus* Gerasenus, Pythagoreae philosophiae addictus [27]), adeo fuit insignis scientia rerum arithmeticarum et praeceptis ad eas spectantibus, ut vel in proverbium abiret [28]) et quasi principatum ejus disciplinae obtineret. Hic praeter alia de natura, rationibus et partitione numerorum εἰςαγωγὴν ἀριθμητικὴν sive introductionis in numerorum doctrinam libros duos scripserat adeo insignes, ut Jamblichus [29]) philosophus, Asclepius Trallianus, Joannes Philoponus, alii eos commentariis et enarrationibus graece scriptis explanarint. Et Boethius, jam ab adolescentia multum versatus in scriptis [30]) e graeco in linguam latinam convertendis, illam quoque Nicomachi introductionem latine transtulit, neque solum transtulit, sed etiam amplificavit atque in meliorem artis formam redegit, ita ut homo eruditus, de studiis literarum antiquarum servandis et propagandis optime meritus, in arithmeticis quoque rebus magnam non modo apud aequales, ut apud Cassiodorum [31]), sed etiam apud posteros haberet auctoritatem. Etenim quum Nicomachi introductio, ab Apulejo quidem in latinum translata [32]), Boethio, disciplinis mathematicis summo studio vacanti, non satisfecisse videatur, ipse eundem Nicomachi librum latino sermone libere convertit [33]) novisque additamentis, quae rem melius promoverent, adornavit. Utrum vero ex suo ipsius penu haec deprompserit, quod mihi est persuasum, an alium Nicomachi librum nunc deperditum, τέχνην ἀριθμητικήν, [34]) in brevius contraxerit et sparsim interposuerit, quod alii putant, ad liquidum perduci non potest. Boethius, ut ipse dicit in praefatione, Q. Aurelio Symmacho Patricio inscripta, hoc in libro *non alterius*

27) Floruit ab initio saeculi secundi post Ch. ante Jamblichum. — 28) Lucian. Philopat. c. 12 ἀριθμέεις ὡς Νικόμαχος ὁ Γερασηνός. — 29) Jamblichi Commentarium edidit Sam. Tennulius Arnhemiae 1668, 4. — 30) Praeter Platonis, Aristotelis et Ptolemaei scripta (cf. Cassiodori Var. I, 45) duos Euclidis libros de geometria latine reddidit. — 31) De Arithm. p. 572; adde Theoderici regis judicium de Boethio apud Cassiodor. Var. I, 45 p. 43 sq. et II, 40 p. 79. — 32) Eam aetate Boethii superstitem fuisse ex Cassiodoro de Arithm. p. 572 colligere possis. — 33) Commemorat eum Cassiodor. Var. I, 45 et Arith. p. 572. *Arithmeticam — apud Graecos Nicomachus diligenter exposuit. Hunc primum Madaurensis Appulejus, deinde magnificus vir Boethius latino sermone translatum Romanis contulit lectitandum.* Fere eadem ex his hausta habet Isidor. Hispal. Orig. III, 2. — 34) Commemoratur a Photio Bibl. 187 p. 142 ed. Bekk.

obnoxius institutis arctissima semet ipse translationis lege constrinxit, sed paululum liberius evagatus, alieno itinere, non vestigiis institit et ea, quae de numeris a Nicomacho diffusius disputata sunt, moderata brevitate collegit, et quae transcursa velocius angustiorem intelligentiae praestabant aditum, mediocri adjectione reseravit, ut aliquando ad evidentiam rerum suis etiam formulis ac descriptionibus uteretur. Boethium vero in his libris arithmeticis non solum interpretem Nicomachi egisse, sed etiam suo ipsius judicio usum fuisse, nomen Nicomachi in Boethiana arithmetica saepius commemoratum (cf. Praef. lib. I, I, 2. II, 25), introductio libri, quae ad arithmeticam, musicam, geometricam et astronomicam spectat, et ante omnia comparatio [35]) Boethii cum Nicomachianis instituta comprobat. Apparet enim Boethium praeceptis arithmeticis Nicomachi ita usum fuisse, ut alia eaque summa ad verbum verteret, alia libere conversa contraheret vel omitteret, alia in alium ordinem redigeret, alia amplificaret, explanaret, exemplis confirmaret. Et quum Boethius disciplinae arithmeticae tantum tribuerit [36]), ut *quisquis haec praetermiserit, omnem philosophiae perdidisse doctrinam* [37]) dicat, exspectandum est ipsum *multis vigiliis et sudore* [38]) effecisse, ut ipse rerum mathematicarum evaderet peritissimus et studia arithmetica maxime promoveret, quamquam *in libris suis supervacua, hiantia, errata inesse* [39]) ingenue fatetur. Quare non mirum est, si *Cassiodorus*, Boethio aequalis, compendium suum arithmetices, discrimina et partitiones numerorum continens, ex Boethii libris tanquam ex fonte uberrimo limpidissimoque hausit; si *Isidorus Hispalensis* (a. 635 p. Ch.) in Originibus (III, 1—9) arithmeticen ex Boethio et Cassiodoro leviter summatimque excerpsit, et si *Beda Venerabilis* (720) in multis suis libris, ad arithmeticam spectantibus [40]), Boethium potissimum auctorem secutus est [41]). Immo *Henricus Glareanus*, editor Boethii, in praefatione editionis *duos Boethii libros de arithmetica principem locum merito tenere* contendit, *absolutum omnino esse opus, quantum ad theoriam attineat, cui nihil demi, nihil addi possit, omni parte teres ac rotundum, — et quicquid Boethius — in arithmeticis — protulerit, id in totum solidum esse ac discussum fundatumque ex intimis matheseos principiis inconcussumque in secula mansurum esse.* Quibus si non ex omni parte adsentiri possumus, tamen Boethius neque pro mero Nicomachi vicario et interprete haben-

---

35) Quamobrem curavi, ut verba graeca Nicomachi interpretationi Boethii supponerentur. — 36) De arithm. I, 1. Ibidem arithmeticam disciplinarum mathematicarum esse principium et quasi matrem ait, quibuscum conferas quae Isidor. Orig. III, 1 habet. — 37) Sic et Cassiodor. de arithmet. p. 572: *Tolle seculo computum et omnia ignorantia caeca complectitur; nec differri potest a ceteris animalibus, qui calculi non intelligit quantitatem.* Eadem habet Isidor. Hispal. Orig. III, 4, 4. — 38) Praef. ad Arith. l. — 39) Praef. l. l. — 40) Scripsit de arithmeticis numeris, de diversis speciebus numerorum, de numerorum divisione, de computo et propositiones arithmeticas ad acuendos juvenes, ab aliis *Alcuino* (736—804) adscriptas, cf. Montucla Hist. mathem. T. I p. 496. — 41) Adde *Lupum* Ferrariensem (856) Epist. 5 et 8, *Gerbertum* (990), de quo vide Blume l. l. p. 286 sq., et *Joannem* Salisburiensem (den. 1180) Metalog. p. 226 (Paris 1610), qui Boethii arithmeticam laudant.

dus est [42]), neque pauca tantum eademque levia, quae inde discas, praebet [43]), sed studia arithmeticae, quae vel propter nugas mysticas a vero aberraverant, vel culpa calculatorum in deterius erant lapsa, ad artem et praecepta revocavit atque, quantumvis a nostra numerorum doctrina remotus, pro temporibus, quae tunc erant, et pro ingenio suo satis magnos in rebus arithmeticis fecit progressus.

Attamen redeamus, unde exorsa est oratio. Fragmentum illud arithmeticorum Boethii, quod in bibliotheca gymnasii est, constat sex foliis quaternariis, quae compingendis codicibus accepti et expensi servierant, et continet libri II cap. 17—21. 25—31 (ex parte). 33 (ex parte) —34 (ex parte). 49 (ex parte) et 54. Membrana [44]) saeculo undecimo satis eleganter diligenterque exarata est et bonas plerumque exhibet scripturas, inprimis in verborum collocatione. Librarius raro commisit errata, singula hic illic omissa in margine supplevit, verba graeca scribere nescivit; idem passim adjecit glossas et numerorum figuras accuratissime delineatas minioque pictas.

42) Montucla Histor. mathem. T. I p. 318. — 43) Kästner. Histor. Mathes. T. I p. 8. — 44) Alios Boethii de arithmetica codices vide in Catal. bibl. Thuanae T. II p. 434. 440 et 462, apud Bandinum Catal. codd. biblioth. Laurent. T. II p. 38. p. 537 et T. III p. 340 et apud Haenelium Catal. libr. Mss. p. 130. 764. 829. 878. 939.

Descriptio [1]) figuratorum numerorum [2]) in ordine.

Similiter autem licebit et aliarum formarum, quae pluribus angulis continentur, quantitates adscribere, sed quoniam facilius subjecta oculis continentur [3]), supra dictarum formarum numerositas in subteriore descriptione ponatur [4]).

Trianguli	I	III	VI	X	XV	XXI	XXVIII	XXXVI	XLV	LV
Quadranguli [5])	I	IV	VIIII	XVI	XXV	XXXIIII [6])	XLVIIII	LXIIII	LXXXI	C
Pentagoni	I	V	XII	XXII	XXXV	LI	LXX	XCII	CXVII [7])	CXLV
Exagoni	I	VI	XV	XXVIII	XLV	LXVI	XCI	CXX	CLIII	CXC
Eptagoni	I	VII	XVIII	XXXIIII	LV	LXXXI	CXII	CXLVIII	CLXXXVIIII	CCXXXV [8])

1) Est libri II cap. XVII edit. Henricpetrinae. Basil. 1570. — 2) Cod. *eorum*. *Figurati numeri*, in quibus initia trigonometriae latent, Martiano Capellae (VII §. 754) sunt *plani*, quod nomen G. Valla de rebus expetendis III, 1, 2 servavit, sed Cassiodoro (de Arithm. p. 572) et Isidoro (Orig. III, 7, 4) *superficiales*. — 3) Ed. *oc. subj. retinentur*. — 4) *Ponatur*. Nicomach. II, 12. *Πρὸς δὲ ὑπόμνησιν ἐκκείσθωσαν ἡμῖν πολυγώνων στίχοι παραλλήλως γεγραμμένοι οἵδε, ὁ ά τριγώνων, ὁ μετ' αὐτὸν τετραγώνων, μετὰ δὲ ἀμφοτέρους πενταγώνων, εἶτα ἑξαγώνων, εἶτα ἑπταγώνων.* — 5) Ed. *Quadrati*. — 6) Cd. XXXIII. — 7) Cd. CXVI. — 8) Qui in ultimis XV locis leguntur numeri XXXVI—CCXXXV, in editione non exstant, quae Ogdogonos addidit.

Qui figurati numeri ex quibus figuratis numeris fiant in eo [9], quod triangulus numerus omnium reliquorum principium sit. [10]

His igitur ita sese habentibus, quid in hac re sit consequens vestigemus [11]. Omnes [12] enim tetragoni, qui sub triangulis sunt naturali ordinatione dispositi, ex superioribus [13] triangulis procreantur, illorumque collectione quadrata figura componitur. Quatuor enim tetragonus fit ex uno et tribus i. ex duobus superioribus triangulis, novem vero ex tribus et sex, sed utrique sunt trianguli; at sedecim ex [14] X et VI, et XXV ex X et XV. Idemque in sequenti ordine quadratorum constans atque inmutabile repperitur. Pentagonorum [15] vero summae conficiuntur ex uno super [16] se tetragono et altrinsecus triangulo constituto. Namque quinque pentagonus ex IIII [17] super se posito tetragono et ex uno, qui in triangulorum ordine ponitur, aggregatur. Duodecim vero pentagonus ex novenario super se quadrato et tribus secundo triangulo nascitur. Viginti vero [18] duo ex XVI et VI, quadrato scilicet atque triangulo, et XXXV ex XXV et X, et in ordinem ad eundem modum intuentem nulla cunctacio contrarietatis impediet. At [19] vero si exagonos librata examinatione perspicias, ex eisdem triangulis et super se positis pentagonis procreantur. Namque [20] sex exagonus ex quinario pentagono et uno, qui est in triangulorum ordine dispositus, nascitur. Nec alia est origo quindenarii exagoni, nisi ex duodenario pentagono et ternario triangulo. Quodsi XXVIII rursus exagonum [21], ex quibus superioribus nascatur, addiscas, nullas invenies, nisi XXII pentagonum senariumque triangulum. Atque hoc in ceteris, nec hunc geniturae ordinem eptagonorum procreatio refutabit. Namque [22] ex super se exagonis et ex eminus positis triangulis procreantur. Septem enim eptagonus nascitur ex senario exagono et uno potestate triangulo, XVIII vero eptagonus ex XV exagono et ternario triangulo conjungitur [23], et XXXIIII ex XXVIII scilicet exagono et senario triangulo, atque hoc in cunctis inoffensum repperire licet. Videsne igitur, ut primus omnium triangulus cunctorum summas efficiat et omnium procreationibus misceatur?

---

9) Ed. *atque* pro *in eo*; an *et de eo*? — 10) Est libri II cap. XVIII. — 11) Ed. *investigemus*. — 12) *Omnes* etc. Nicomach. l. l. πᾶν τετράγωνον σχῆμα διαγωνίως διαιρεθὲν εἰς δύο τρίγωνα λύεται — καὶ ἐξ ἄρα δύο τριγώνων συνεχῶν συνίστηκεν. — 13) Inter lineas leguntur *ex superioribus*. — 14) Ed. *et* 6 *et* 10. — 15) Nicomachus l. l. καὶ πάλιν παντὶ τετραγώνῳ σχήματι τρίγωνον προσζευχθὲν ὁθενοῦν πεντάγωνον ποιεῖ, οἷον τῷ δ' τετραγώνῳ ὁ α' τρίγωνος προσζευχθεὶς τὸν ε' πεντάγωνον ποιεῖ, καὶ τῷ θ' τῷ ἑξῆς ὁ ἑξῆς προστεθεὶς, δηλονότι ὁ γ', πεντάγωνον τὸν ιβ' ποιεῖ, τῷ δὲ ις' ὄντι ἀκολούθῳ ὁ ς' ἀκόλουθος ἐπισυντεθεὶς τὸν κβ' ἀκόλουθον ἀποδίδωσι, καὶ τῷ κε' ὁ ι', τὸν λε', καὶ ἀεὶ οὕτως. — 16) Ed. *semper*. — 17) Numerus IIII in Cod. evanuit. Vv. *et altr.* — *latr.* *et ex uno* in margine addita sunt. — 18) Ed. *duo vero*. Cod. *V. v. duo XXVI* sine *et*. — 19) *At vero*. Nicomachus l. l. κατὰ δὲ τὰ αὐτὰ πᾶν τοῖς πενταγώνοις εἰ οἱ τρίγωνοι προστιθεῖντο τῇ αὐτῇ τάξει, τοὺς εὐτάκτους γεννήσουσιν ἑξαγώνους. — 20) *Namque sex*. Nicom. l. l. πάλιν δὲ οἱ ἑξάγωνοι ἐκ τῶν ὑπὲρ αὐτοὺς ὁμοταγῶν πενταγώνων καὶ τῶν προστεθέντων τριγώνων ὁμοίως, οἷον ὁ ς' τοῦ ε' καὶ α', ὁ ιε' τοῦ ιβ' καὶ γ', ὁ δὲ κη' τοῦ κβ' καὶ ς', ὁ δὲ με' τοῦ λε' καὶ ι', καὶ μέχρις οὗ βούλει. — 21) Cod. *exagonus*. — 22) *Namque ex*. Nicom. l. l. τῶν δὲ ἑπταγώνων ὁ αὐτὸς τρόπος· ὁ μὲν γὰρ ζ' σύστημά ἐστι τοῦ ς' καὶ α', ὁ δὲ ιη' τοῦ ιε' καὶ γ', ὁ δὲ λδ' τοῦ κη' καὶ ς', καὶ οἱ ἑξῆς ἀκολούθως. — 23) Ed. *conjungatur*.

Speculatio [24]) ad figuratorum numerorum descriptiones pertinens.

Hi vero [25]) omnes si ad latitudinem comparati fuerint [26]) i. trianguli tetragonis, vel tetragoni pentagonis, vel pentagoni exagonis, et [27]) hi rursus eptagonis, sine aliqua dubitacione triangulis sese superabunt. Namque si ternarium triangulum quaternario, vel quaternarium tetragonum quinario, vel quinarium pentagonum senario exagono, vel senarium septenario eptagono compares, primo se triangulo i. sola unitate transeunt [28]). At vero si senarius contra novenarium, vel hic contra duodecim, vel hic contra quindecim, vel XV [29]) contra X et VIII pro inveniendis differentiis comparentur, secundo se triangulo i. ternario superabunt. Decem vero ad XVI et XVI ad XXII et XXII ad XXVIII et XXVIII ad XXXIIII si componas, tercio se triangulo vincent i. senario. Atque hoc rite notabitur in aliis cunctis sequentibus sese perspectum, omnesque se triangulis antecedunt [30]). Quare [31]) perfecte, ut arbitror, demonstratum est, omnium formarum principium elementumque esse triangulum.

De solidis numeris [32]). XX.

Hinc [33]) vero ad figuras solidas facilior via est; praecognitis enim quid in planis numerorum figuris vis ipsa quantitatis naturaliter operetur, ad solidos numeros non erit ulla cunctacio. Sicut enim longitudini numerorum aliud intervallum i. superficiem, ut latitudo ostenderetur, adjecimus, ita nunc latitudini si quis addat eam, quae alias altitudo, alias crassitudo, alias profunditas appellatur, solidum numeri corpus explebit.

De piramide quod ea sit solidarum figurarum principium, ut [34]) triangulus planarum. XXI.

Videtur [35]) autem, quemadmodum in planis figuris triangulus numerus primus est, sic in solidis quae [36]) vocatur piramis profunditatis esse principium. Omnium quippe ratarum in numeris figurarum necesse est inveniri [37]) primordia. Est [38]) autem

---

24) Ed. *Pertinens ad f. n. descriptionem speculatio.* — 25) *Hi vero.* Nicom. l. l. *καὶ γὰρ καὶ κατὰ βάθος ἐν τῷ διαγράμματι εὑρίσκονται οἱ συνεχεῖς ἀεὶ ἀριθμοὶ κατὰ τοὺς στίχους αὐτοὺς ἔχοντες διαφορὰς τοὺς εὐτάκτους τριγώνους*, ubi vide Astium de v. *βάθος*, quod Boethius *latitudinem* interpretatus est; cf. infra not. 33. — 26) Ed. *fuer. compar.* — 27) Ed. *vel.* — 28) Ed. *transeunt unit.* — 29) XV deest in editione. — 30) Ed. *antecedent.* — 31) *Quare.* Nicom. l. l. *Εἰκότως ἄρα στοιχεῖον πολυγώνων τὸ τρίγωνον καὶ ἐν γραμμαῖς καὶ ἐν ἀριθμοῖς.* — 32) Ed. *num. solidis.* De numeris solidis agunt Martian. Capella VII §. 754, Cassiodor. de arithm. p. 572 et Isidor. Orig. III, 7, 5. — 33) *Hinc.* Nicom. II, 13. *Ἐντεῦθεν ἤδη ῥᾴδιον συνιδεῖν, τίς τε ὁ στερεὸς ἀριθμὸς καὶ πῶς ἰσοπλεύρως ὁ τοιοῦτος προκόπτει· ὁ γὰρ πρὸς τοῖς δυσὶ διαστήμασι τοῖς ἐν τῇ ἐπιπέδῳ σχηματογραφίᾳ θεωρουμένοις ἐπὶ μῆκος καὶ ἐπὶ πλάτος τρίτον διάστημα προσειληφώς, ὃ τινὲς μὲν βάθος, τινὲς δὲ πάχος καλοῦσιν, ἔνιοι δὲ ὕψος, ἐκεῖνος ἂν εἴη στερεὸς ἀριθμός, ὁ τριχῇ διαστατὸς καὶ ἔχων ἐν ἑαυτῷ μῆκος, πλάτος καὶ βάθος.* — 34) Ed. *sicut.* — 35) *Videtur.* Nicom. l. l. *πρώτιστα δὲ οὗτος (ὁ στερεὸς ἀριθμὸς) φαντάζεται ἐν ταῖς λεγομέναις πυραμίσιν.* — 36) Ed. *qui.* — 37) Ed. *invenire.* — 38) Nicom. l. l. *Αὗται δὲ (αἱ πυραμίδες) γίνονται ἐκ πλατυτέρων βάσεων μειουριζομένων εἰς ὀξεῖαν κορυφήν, πρῶτον μὲν κατὰ τριγωνισμὸν ἀπὸ τριγώνου βάσεως, δεύτερον δὲ κατὰ τετραγωνισμὸν ἀπὸ τετραγώνου βάσεως, ἑξῆς δὲ τούτοις κατὰ πενταγωνισμὸν ἀπὸ πενταγώνου βάσεως, εἶτα ἀνάλογον ἀπὸ ἑξαγώνου καὶ ἑπταγώνου καὶ ὀκταγώνου, καὶ ἀεὶ ἐπ' ἄπειρον.*

piramis alias a triangula basi in altitudinem sese erigens [39]), alias a tetragona, alias a pentagona et secundum sequentium multitudines angulorum ad unum cacuminis verticem sublevata. Posito [40]) enim triangulo atque descripto [41]), si per tres angulos singulae lineae recte [42]) stantes ponantur, haeque tres inclinentur, ut ad unum medium punctum vertice jungant, fit piramis. Quae cum a triangula basi profecta sit, tribus triangulis [43]) per latera concluditur, hoc modo: sit a. b. c. triangulum. Si igitur huic [44]) triangulo per tres angulos erigantur lineae et ad unum punctum convertantur, quod est d, ita ut d punctum non sit in plano, sed pendens, illae scilicet lineae ad ipsum erectae verticem et quodammodo cacumen d facient, et erit basis a. b. c. unum triangulum, per latera vero tria triangula i. unum triangulum a. d. b., aliud vero b. d. c., tertium vero d. [45]) c. a.

De his piramidis [46]), quae a quadratis vel a ceteris multiangulis proficiscuntur.

Lectio Codicis ab editione Henricpetrina recedens.

[Cap. XXV.] Incipit Cod. a vv. *quos ad quamlibet illam rem* etc. *augetur* augeatur cum lineola sub *a*. — *βωμίσκους* bomiscos. — *Nicomachus* nichomachus. — *altitudo* altitudini longitudo, nec haec latitudini convenirent. — *cubi* cybi. — *spaciis se porrigentibus* se spac. porrigentis. — *neque omnibus* nec o. — *παραλληλεπίπεδας* parallelipedos. (Leg. *παραλληλεπιπέδους*).

[Cap. XXVI.] De parte altera longioribus eorumque procreationibus. — *ἑτερομήκεις* ετερομικες. — *num. quoque* deest *quoque*. — *diffiniend.* definiendus. — *provenit* venit. — *aequa sunt* sint. — *longitudini* longitudo latitudini. — *naturalem e* ex *a* correcta. — *nascetur* nascitur. — *vel si* et si. — *tunc quidem* nunc quidem. — *quater* quatuor. — *hoc modo* hoc. — *facti* facta. — *parte altera* altera parte. — *nascantur* nascuntur. — In descriptione numerorum additur lineae primae VII et VIII, secundae XLII et LVI, tertiae denique adduntur tot lineolae, quot numeros modo dictos aequant.

[Cap. XXVII.] De antelongioribus et de vocabulo parte altera longioris numeri. — *ab* deest. — *protendentur* protenduntur. — *si vero* sin vero. — *ter septem* bis IIII. — *sed antelongior* inter lineas ab eadem manu scripta sunt. — *Pythagoram* pitagoram. — *est autem* autem est. — *e duobus* ex duobus. — *in quos* inter quos. — *negligitur* neglegitur. — *unitate perfici* perf. unit.

XXVIII. Quod ex imparibus quadrati, ex paribus parte altera longiores fiant. — *et ab imp.* deest *et*. — *aequales sint* aeq. sunt. — *tiae est ut cum vel — profunditate* desunt culpa bibliopegi. — *facies* facias. — *vel si semel unum semel* desunt. — *vel si duo* deest *vel*. — *vel si quemlibet* deest *si*. — *si sese ipsam* si se ipsam. — *etiam profund.* etiam per profund. — *Nam bis duo vel bis duo bis si fac.* Nam b. unum vel b. duo si fac. — *discriptione* descriptione. — *unum enim si* deest *enim*. — *Sint vero* Sin vero. — *iidem* idem. — *primos respex.* primo resp. — *nascetur* corr. *e* ex *i*. —

---

39) Cd. addit *cacuminis* sed lineola obductum. — 40) *Posito*. Nicom. l. l. *καθάπερ ἀμέλει καὶ ἐν τοῖς γεωμετρικοῖς στερεοῖς σχήμασιν ἀπὸ τριγώνου ἰσοπλεύρου, ἐάν τις εὐθείας ἐπινοήσῃ τρεῖς ἀπὸ τῶν γωνιῶν τῷ μήκει ἴσας ταῖς τοῦ τριγώνου πλευραῖς καθ᾽ ὕψος συννευούσας εἰς ἓν καὶ τὸ αὐτὸ σημεῖον, πυραμὶς ἂν ἀποτελεσθείη, ὑπὸ τεσσάρων περιεχομένη τριγώνων ἰσοπλεύρων τε καὶ ἴσων ἀλλήλοις, ἑνὸς μὲν τοῦ ἐξ ἀρχῆς τριγώνου, τριῶν δὲ τῶν περιγραφέντων ὑπὸ τῶν λεχθεισῶν τριῶν εὐθειῶν.* — 41) Ed. *disposito*. — 42) Ed. *rectae lineae stantes*. — 43) Ed. *triangulus*. — 44) Ed. *huic igitur*. — 45) Ed. *c. d. a.* Vv. *i. unum triang. a. d. b.* in margine Cod. addita sunt. — 46) Lege *pyramidibus*. Cap. XXII. Cetera usque ad c. XXV desunt.

in competenti deest in. — In tabulae quae sequitur versu primo addita sunt in fine I. III. V. VII. VIIII. XI, in versu secundo XXXVI, in versu tertio II. IIII. VI. VIII. X. XII. et in versu ultimo XLII; desunt contra ab initio versus penultimi et ultimi numeri II.

[Cap. XXIX.] De generatione laterculorum eorumque definitione vel de genere cuneorum eorumque definitione. — *latitudinemque aequis m. a. d. Hi d. h. m. L.* sunt desunt culpa bibliopegi. — *in minus* deest *in.* — *Σανίδες* docades *(Lege σανίδες)*. — *procreentur* procreantur. — *Sphenisci* Sperici. — *cuneolos* emiolos. — *hi* hii. — *crevere* creverunt. — *Cubi vero qui* C. vero sunt qui.

[Cap. XXX.] De circularibus vel sphericis numeris. — *cyclicus vel sphaericus* ciclicus v. spericus. — *vel senar.* vel a senar. — *5 desinit* des. V. — *rursum q. d. in eosd.* rursus q. d. in eosd. — *evenit* eveniet. — *Hi* Hii. — *cyclici v. sphaerici* cicl. v. sperici. — *proprii semper* deest *semper.* — *et alio em. d. i. p. q. e. f. e. ae. d. a. p. puncto* in margine scripta ab eadem manu. — Vv. *Sphaera vero est* usque ad *prius coeperat ferri* in margine addita ab eadem manu. — *sphaera est, quoties* spera est. Quotiens. — *in se multip.* desunt *in se.* — *et si hoc rursus semel* desunt *et* et *rursus.* — In tabula sequente ponitur DCXXV pro 125 et IIICXXV pro 625, ita ut medius locus versus ultimi nullum habeat numerum.

XXXI. De ea natura rerum, quae dicitur ejusdem naturae, et ea quae est alterius naturae, et qui numeri cui naturae conjuncti sint. — *quique in Math.* quinque in M. — Desunt reliqua inde a vv. *hi rerum omnium naturas* usque ad cap. XXXIII.

[Cap. XXXIII.] Incipit codex a vv. *Et ad eundem modum ceteris.* — *ex superius* et superius. — *5 faciunt* V quinque, deleto tamen v. *quinque.* — *si bis* deest *si.* — *intelligi* intellegi. — *pandunt hoc modo* desunt vv. *hoc modo.* — In versu tertio tabulae sequentis pro 9. 9. 12. 16. legitur VIIII. VIII. XII. XVI. — *quo secundum* quod secund. — *et bis multip.* deest *et.* — *nascitur continenti* nasc. et contin. — *procedunt* producunt. — *Et in sequenti* deest *Et.* — *fit post quinar.* fit et post quinar. — *ex senario* ex sanario.

XXXIIII. Quod ex quadratis et parte altera longioribus omnis formarum ratio consistat. — *pernotarentur* praenotarentur. — *adscripsimus* descripsimus. — Quae sequuntur in fine huius capitis usque ad vv. cap. XLIX *At diapente 12 ad 8, quoniam ea quae* desunt in codice.

[Cap. XLIX. *De geometrica harmonia.] sesquialtera* sesqualtera. — *reperitur. Diapason vero quae ex duplici* reper. Diap. v., et diapente quae triplicis. — In margine addita sunt post *diapente quae*: ex dupl. nascitur ex XII ad VI comp. produc. Diapas. v. et diap. quae. — *obtinet* optinet. — *Nanque* Nam. — *bis diapason* deest *bis.*

[Cap. L.] Quemadmodum constitutis altrinsecus duobus terminis arithmetica geometrica et armonica inter eos medietas alternentur *(sic)* in quo de eorum generationibus. — *quatenus* quatinus. — *aliud* alios. — *aliud* alios. — *quidem* inter lin. scriptum. — *fit* sit. — *positis* deest vocab. — *aequalitasque* aequabilitasque. — *a terminorum* ab term. — *quindenae* quindena. — Quae sequitur in editione tabula numerorum, in codice non legitur. — *maior* cum gl. XL. — *medium* cum gl. XXV. — *minorem* cum gl. X. — In margine vero leguntur II. III. IIII. V. VI. — *extremitatum* cum gl. XXI. — *medietate* cum gl. XXV. — *proportio* cum gl. *duplus sesqualter.* — *maior est* est mai. — *majores* cum gl. *supertriparciens quintas.* — *continetur* cum gl. *hoc supra interdictum.* — *eorum diff.* diff. eorum. — *maiori vinc.* cum gl. *tribus suis quintis, quinquies enim V. XXV.* — *minoris* cum gl. *X. tota ipsius summa et medium eius i. V.* — *maiore* cum gl. *i. tribus eius octavis h. e. tribus quinarius* (leg. *quinariis*), *quia quinque octava est pars XL.* — *scil. proprietates* propr. scil. — *intelliget* intelleget, ultima *e* ex *i* correcta. — *ad medium* cum gl. *duplum* et in margine I. II. III. IV. — *ad extremum*

cum gl. *decies XL. CCCC.* — *medietate* cum gl. *vigies* XX. CCCC. — *Differentiae* cum gl. *i. X et XX.* — *proportione* cum gl. *duplum.* — *secundum term.* cum gl. *quia eadem proportio et in maioribus et in minoribus terminis est.* — *dispositione.* In margine legitur I. II. III. — *proportione* cum gl. *i. quadrum* (an *quadruplum?*). — *jungitur eadem proport. diff.* conjungitur proport. diff. eadem. — *eadem* cum gl. *VI et XXIII.* — *a maiore* cum gl. *tribus ejus quintis i. tribus VIII, quia est ejus quinta pars.* — *partibus* cum gl. *tribus eius quintis h. e. tribus binariis, quia est ejus quinta pars.* — *a maiore* cum gl. *toto se (?) et medio sui i. tribus VIII.* — *maioribus* cum gl. *i. tribus suis octavis i. tribus binariis, quia est octava pars XVI.* — *maior est* cum gl. *duplus sesqualter.* — *minor* cum gl. *supertriparciens quintas.* — *redigantur* cum gl. *quae fiunt L.* — *concrescant* cum gl. *sedecies quinquaginta. DCCC.* — *multiplicatis XL. CCCC.* — *numerum med. pon.* med. pon. numerum. — Finitur codex verbis: *utrosque terminos ponam ut sint.* — In margine inferiori dispositio numerorum additur haec: XV. CCXXV. XV, tum: X. XXV. XL, denique DCXXV.

[De maxima et perfecta symphonia, quae tribus distenditur intervallis [1]). LIV.]

Restat ergo de maxima perfectaque armonia [2]) disserere, quae tribus intervallis constituta, magnam [3]) vim optinet in musici modulaminis temperamentis et in speculatione naturalium quaestionum. Etenim perfectius hujusmodi medietate nihil poterit inveniri, quae tribus intervallis producta, perfectissimi corporis naturam substantiamque sortita est. Hoc enim modo cubum quoque, trina dimensione crassatum, plenam armoniam [4]) esse demonstravimus [5]). Haec autem huiusmodi invenietur, si duobus terminis constitutis, qui ipsi tribus creverint intervallis, longitudine, latitudine et profunditate, duo hujusmodi termini medii fuerint constituti, et ipsi tribus intervallis notati, qui vel ab aequalibus per aequales aequaliter sint producti, vel ab inaequalibus ad inaequalia aequaliter, vel [6]) ab inaequalibus ad aequalia aequaliter, vel quolibet alio modo. Atque ita cum armonicam proportionem custodiant [7]), alio tamen modo comparati, faciunt [8]) arithmeticam medietatem, hisque geometrica medietas, quae inter utrasque ver-

Nicomachus II, 29.

Λοιπὸν καὶ περὶ τῆς τελειοτάτης καὶ τριχῆ διαστατῆς πασῶν τε περιεκτικῆς ἐν βραχεῖ διαρθρῶσαι μεσότητος, χρησιμωτάτης οὔσης εἰς πᾶσαν τὴν ἐν μουσικῇ καὶ φυσιολογίᾳ προκοπήν· κυρίως γὰρ αὕτη καὶ ὡς ἀληθῶς ἁρμονία ἂν λεχθείη μόνη παρὰ τὰς ἄλλας, εἴπερ μὴ ἐπίπεδος, μηδὲ μιᾷ μόνῃ μεσότητι συνδεομένη, ἀλλὰ δυσίν, ἵν' οὕτω τριχῆ διϊστάνοιτο, ὡς ὁ κύβος ἁρμονία πρὸ βραχέος ἐσαφηνίσθη. Ὅταν τοίνυν δύο ὅρων ἄκρων τριχῆ διαστατῶν ἀμφοτέρων, εἴτε ἰσάκις ἴσων ἰσάκις, ἵνα κύβοι ὦσιν, ἢ ἰσάκις ἴσων ἀνισάκις, ἵνα ἢ δοκίδες ἢ πλινθίδες ὦσιν, εἴτε ἀνισάκις ἀνίσων ἀνισάκις, ἵνα σκαληνοί, δύο εὑρίσκωνται ἀνὰ μέσον ἄλλοι ὅροι ἐναλλὰξ τοὺς αὐτοὺς σώζοντες λόγους καὶ ἀναμὶξ, ὥστε, ὁποτερουοῦν αὐτῶν τὴν ἁρμονικὴν σώζοντος ἀναλογίαν, τὸν λοιπὸν ἀποτελεῖν τὴν ἀριθ-

1) Titulus ex editione. De symphonia maxima et perfecta vide quae habent Martian. Capella IX §. 933. et Cassiodor. de Musica p. 574. — 2) Cd. *armonica.* — 3) Cd. *manam.* — 4) Cd. *armonicam.* — 5) Ed. *monstravimus.* — 6) Vv. *vel ab in. ad aeq. aequaliter* in margine addita. — 7) Cd. *custodient.* — 8) Cd. *faciant.*

satur, deesse non possit. In quatuor enim terminis, si fuerit quemadmodum primus ad tercium [9]), sic secundus [10]) ad quartum, proportionum ratione scilicet custodita, geometrica medietas explicatur. Et quod continetur sub extremitatibus, aequum erit ei, quod sub utraque medietate ad se invicem multiplicata conficitur. Rursus si maximus IIII terminorum numerus ad eum, qui sibi propinquus est, talem habet [11]) differentiam, qualem idem ipse [12]) maximo propinquus ad parvissimum, huiusmodi proportio in arithmetica consideratione proponitur. Et extremorum conjunctio duplex erit propria medietate. Si vero inter IIII, qui est tercius terminus, aequa [13]) parte quarti quartum terminum superet; et aequa primi a primo superetur, armonica huiusmodi proportio medietasque perspicitur. Et quod continetur sub extremorum aggregatione et multiplicatione medietatis, duplex est eo, quod sub utraque extremitate conficitur. Sit autem quoddam huiusmodi dispositionis exemplar hoc modo: VI. VIII. VIIII. XII. Has igitur omnes solidas quantitates esse non dubium est. VI enim nascuntur ex uno bis ter, XII autem ex bis duo ter. Horum autem medietas [14]) octonarius fit semel duo quater, novenarius vero semel tres ter. Omnes igitur termini cognati sibi et tribus intervallorum dimensionibus notati sunt. In his igitur geometrica proportionalitas invenitur, si XII ad VIII, vel VIIII ad senarium [15]) comparemus. Utraque enim comparatio sesquialtera [16]) proportio est, et quod continetur sub extremitatibus, idem est ei, quod fit ex mediis. Namque quod fit ex duodecies VI, aequum est ei, quod fit ex octies VIIII. Geometrica ergo proportio est hujusmodi [17]). Arithmetica autem est, si duodenarius ad novenarium et novenarius ad senarium comparetur. In utrisque enim ternarius differentia est, et junctae extremitates medietate duplae sunt. Si enim junxeris senarium et XII, facies XVIII, qui est novenario medio ternario [18]) duplus. In his ergo geometricam arithmeticamque medietatem perspeximus. Hic quoque armonica medietas invenitur, si XII ad VIII et rursus VIII ad senarium comparemus. Qua enim parte senarii octonarius senarium [19]) superat, i. parte tercia, eadem duodenarii parte octonarius superatur [20]). Quatuor enim, quibus octonarius [21]) a duodenario vincitur, duodenarii tercia pars est. Et si extremitates jungas, VI scilicet et XII, easque per octonarium medium [22]) multiplices, CXLIIII sunt. Quodsi se extremitates multiplicent, VI scilicet et XII, facient LXXII, quo numero

μητικήν· ἀνάγκη γὰρ οὕτω διακειμένων τῶν δ' ἐπιφαίνεσθαι τὴν γεωμετρικὴν ἐμπλέγδην ἀμφοτέραις ταῖς μεσότησιν ἐξεταζομένην, ὡς ὁ μέγιστος πρὸς τὸν τρίτον ἀπ' αὐτοῦ, οὕτως ὁ ὑπ' αὐτὸν δεύτερος πρὸς τὸν τέταρτον· τὸ γὰρ τοιοῦτον τὸ ὑπὸ τῶν μέσων ἴσον ποιεῖ τῷ ὑπὸ τῶν ἄκρων· πάλιν δὲ ἂν ὁ μέγιστος πρὸς τὸν ὑπ' αὐτὸν ἐν τοσαύτῃ δειχθῇ διαφορᾷ, ἐν ὅσῃ καὶ αὐτὸς οὗτος πρὸς τὸν ἐλάχιστον, ἀριθμητικὴ ἡ τοιαύτη ἐξέτασις γίνεται, καὶ ἡ τῶν ἄκρων σύνθεσις διπλασία τοῦ μέσου· ἐὰν δ' ὁ μέσος τῷ αὐτῷ μέρει τῶν ἄκρων αυτῶν ὑπερέχῃ καὶ ὑπερέχηται, ἁρμονική, καὶ τὸ ὑπὸ τοῦ μέσου καὶ τῆς τῶν ἄκρων συνθέσεως διπλάσιον τοῦ ὑπὸ τῶν ἄκρων. Ὑπόδειγμα δὲ αὐτῆς ἔστω τοιοῦτον ς', η', θ', ιβ'· οὐκοῦν ὁ μὲν ς' σκαληνὸς ἀπὸ τοῦ ἅπαξ δύο τρίς, ὁ δὲ ιβ' ἀπὸ τοῦ δὶς δύο τρὶς ἐν συνεχείᾳ μηκυνθέντων, τῶν δὲ μέσων ὁ μὲν ἐλάττων ἀπὸ τοῦ ἅπαξ β' τετράκις, ὁ δὲ μείζων ἀπὸ τοῦ ἅπαξ τρία τρίς· καὶ στερεοί τε οἱ ἄκροι καὶ τριχῆ διαστατοί, καὶ ὁμογενεῖς αὐτοῖς αἱ μεσότητες, καὶ κατὰ μὲν τὴν γεωμετρικήν, ὡς ὁ ιβ' πρὸς τὸν η', οὕτως ὁ θ' πρὸς τὸν ς', κατὰ δὲ τὴν ἀριθμητικήν, ὅσῳ ὁ ιβ' τοῦ θ' ὑπερέχει, τοσούτῳ καὶ ὁ θ' τοῦ ς', κατὰ δὲ τὴν ἁρμονικήν, ᾧ μέρει ὁ η' τοῦ ς' ὑπερέχει, ἐν αὐτῷ τῷ ς' τοῦ μέ-

---

9) Ed. *secundum.* — 10) Ed. *tertius.* — 11) Ed. *habeat.* — 12) Ed. *esse.* — 13) Ed. *à qua.* — 14) Ed. *medietates.* — 15) Ed. *serium.* — 16) Cd. *sesquattera.* — 17) Ed. *huiusmodi est.* — 18) Ed. *termino.* — 19) Cd. *senarii.* — 20) Cd. *superat.* — 21) Cd. VIII. — 22) Cd. *medium* in membrana erasa.

CXLIIII duplus est. Invenlemus hic quoque omnes musicas consonantias. Namque VIII ad VI et VIIII ad XII comparati sesquiterciam proportionem reddunt et simul diatessaron [23]) consonantiam; sex vero ad VIIII vel VIII ad XII comparati reddunt proportionem sesquialteram [24]), sed diapente efficiunt [25]) simphoniam. Duodecim vero ad senarium considerati duplicem quidem [26]) proportionem, sed diapason simphoniam canunt. Octo vero ad [27]) VIIII ipsi contra se medii considerati epogdoum jungunt, qui in musico modulamine tonos [28]) vocatur, quae omnium musicorum sonorum mensura communis est. Omnium enim est sonus iste parvissimus. Unde notum est, quod [29]) diatessaron et diapente consonantiarum tonos [30]) differentia est, sic ut inter sesquiterciam et sesquialteram [31]) proportionem sola est epogdous differentia. Huius [32]) autem descriptionis subter exempla adjecimus [33]).

ρους θεωρουμένου, τούτῳ ὑπὸ τοῦ ιβ' ὑπερέχεται ἐν αὐτῷ τῷ ιβ' θεωρουμένῳ. Ἀλλὰ μὴν καὶ ὁ μὲν η' πρὸς τὸν ς' ἢ ὁ ιβ' πρὸς τὸν θ' διὰ τεσσάρων ἐν ἐπιτρίτῳ λόγῳ, ὁ δὲ θ' πρὸς τὸν ς' ἢ ὁ ιβ' πρὸς τὸν η' διὰ πέντε ἐν ἡμιολίῳ, ὁ δὲ ιβ' πρὸς τὸν ς' διὰ πασῶν ἐν διπλασίῳ· λοιπὸν δὲ ὁ θ' πρὸς τὸν η' τονιαῖον ἐν ἐπογδόῳ, ὅπερ μέτρον κοινὸν ἁπάντων τῶν ἐν μουσικῇ λόγων, ἅτε καὶ γνωριμώτερον ὄν, ὅτι ἄρα καὶ διαφορὰ τῶν πρώτων καὶ στοιχειωδεστάτων συμφώνων πρὸς ἄλληλα ὑπάρχει. Καὶ περὶ μὲν τῶν ἐν ἀριθμοῖς ἐμφαινομένων καὶ συμβεβηκότων τοσαῦτα ὡς ἐν πρώτῃ εἰςαγωγῇ ἀρκείτω.

---

23) Cd. *diatesseron.* — 24) Cd. *sesqualteram.* Ed. *sesq. proport.* — 25) *efficiunt* deest in editione. — 26) *quidem* deest in editione. — 27) Edit. *et.* — 28) Edit. *tonus.* — 29) Cd. addit *inter* et habet: *ΔΥaΘaCCaPON et ΔNaΠENTE.* — 30) Ed. *tonus.* — 31) Cd. *sesqualteram.* — 32) Ed. *Ejus — exempla.* — 33) Loco exemplorum versus sequentes scripti sunt. Epigramma, quod in editione Boethii non legitur, procul dubio est Gerberti, episcopi Remorum, veri similiter cum codice Boethii de arithmetica, ex quo fragmenta nostra transscripta esse videntur, ad Ottonem III, nepotem Ottonis Magni (cf. Epigr. vs. 2), a Gerberto missum. Gerbertus enim, rerum mathematicarum studiosissimus (Heeren Gesch. d. class. Lit. im Mittelalt. T. I. p. 203), quum arti arithmeticae operam assiduam navaret (cf. ejus Epist. ed. J. Masson 17. 25. 134. 160), ita ut complures libellos arithmeticos scripserit, ab Hockio in libro, cui index est: *Gerbert oder Pabst Sylvester II*, p. 184—187 enumeratos, tum in Boethii scriptis et philosophicis (Epist. 123), et astrologicis (Epist. 8), et arithmeticis (Gerberti Geometr. in Pezii Thesaur. Anecdot. T. III. P. 2. c. 6 p. 21 et c. 18 p. 84) multum est versatus. Is anno circiter 994, antequam in Germaniam profectus (Hock l. l. p. 113) magister et praeceptor Ottonis tertii (Otto in Decreto elect. ap. Masson. p. 72) cooptaretur, Imperatori huic, quem rebus mathematicis deditum fuisse constat, (Epist. 158. 154 et Gerbert de Rationali apud Pezium l. l. T. I P. 2 p. 162, cujus rei testis est et Gerberti Abacus ad eundem Ottonem scriptus et commemoratus a Gerberto in Epist. 100 anni 996, ut Bouquet in Scriptor. Rerum Gallic. T. X p. 422 statuit; de quo abaco cf. Hock l. l. p. 184) Boethii arithmeticam manuscriptam (cf. Ottonis Epist. 158 apud Massonem: *humili prece deposcimus, ut — nos Arithmeticae librum* (Epigr. vs. 1 *libellum* dictum) *edoceatis, ut pleniter ejus instructi documentis aliquid priorum intelligamus subtilitatis*) una cum hoc epigrammate dono misit, quamobrem Otto, se excusans, quod ei non rescripsisset versibus, in calce ejusdem epistolae haec addidit: *Versus nunquam composui, nunc in studio habui; dum in usu habuero et in eis viguero, quot habet viros Gallia, tot vobis mittam carmina.* Respondit vero Gerbertus Ottonis epistolae (Epist. 154, anno 991 scripta, ut vult Bouquet l. l. T. X p. 410): *Nisi — firmum teneretis ac fixum, vim numerorum et in se omnium rerum continere primordia et ex se profundere* (cf. Epigr. vs. 9), *non eorum plenam perfectamque notitiam tanto festinaretis studio,* et invitatus ad Ottonem se contulit, quod anno demum 998 vel 997 factum esse Richerus (Histor. IV in Pertzii Monum. T. V p. 657) et Bouquet (cf. Ind. chronol. in Script. rerum Gallic. T. X Praef. p. XCV) falso contendunt. Postea autem, si fides habenda est indici, qui Gerbertum nominat Episcopum Ravennatem, anno 998 (cf. Hock l. l. p. 126) Gerbertus in epigrammate simili (quod legitur in Anthol. Lat. Burmanni Lib. II nr. 186 et apud Meierum Nr. 394) libros Boethii, ab Ottone bibliothecae regiae additos, his celebrat versibus: *Nunc decus imperii summas qui praegravat* (i. exercet, operam dat, cf. Epist. 148, neque opus est conjectura) *artes, Tertius Otto, sua dignum te judicat aula, Aeternumque tui statuit monumenta laboris, Et bene promeritum meritis exornat honestis.* Itaque carminibus Gerberti, quae Hock l. l. p. 187 et 223 laudat, hoc incognitum neque poeta indignum adjungatur.

Pythagorea [34]) licet parvo cape dona libello,
    Invicto pollens nomine, Caesar, avi.
Sunt ea caesareis reor exornata coronis,
    Ipsa quas Monas [35]) Pallade texuerit.
Si tamen ingenio, princeps mitissime, vestro [36])
    Legibus aptentur insinuata suis,
Nutibus inde [37]) tuis eadem, clarissime regum,
    Perspice quae supplex offero vota cliens.
Omnia si numero quapropter ad omnia constant,
    Omnibus ut prosis, utere, rex, numero.
Quem si corporeo caream [38]) plerumque potentem
    Aeternumque magis cuncta super speculor,
Alter in inmensum crescens mihi crescere praestat,
    Decrescens alter suadet item minui.
Infinita sequens igitur per mille triumphos,
    Sceptra regas, laeto praecluis [39]) imperio.

---

34) Cod. *Pitagorea*. — 35) *Monas*, syllaba priore contra usum producta, quamquam Gerbertus graeca calluisse recte fertur, ut ex geometria ejus apparet; tunc enim nondum eruditus in graecis fuisse videtur; aliud certe carmen, quod Hock l. l. p. 224 pro Gerbertiano habet, apud Pezium T. I P. 2 p. 149 his incipit: *Quisquis opaca velis Sophiae scandere regna*. — 36) Cd. *uro*. — 37) Cd. *unde*. — 38) Locus corruptus; an *cernam* pro *caream*? — 39) *Praecluis*, quo adjectivo Martianus Capella saepius utitur (cf. I §. 8. 24; IV §. 387), est i. q. excellens.

Supplementum.

Ad p. 40 n. 2. De origine Etrusca numerorum Romanorum disputat J. G. Grotefend in Seebodii Arch. Nov. 1829 p. 103 contra K. O. Mülleri opinionem, propositam in Etrusc. II p. 317 sqq.; cf. et Niebuhrii Hist. Roman. T. I p. 158 Edit. III.